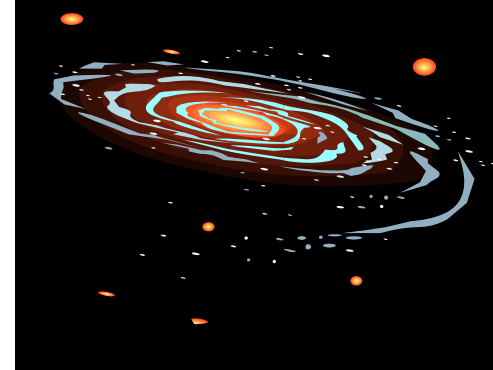
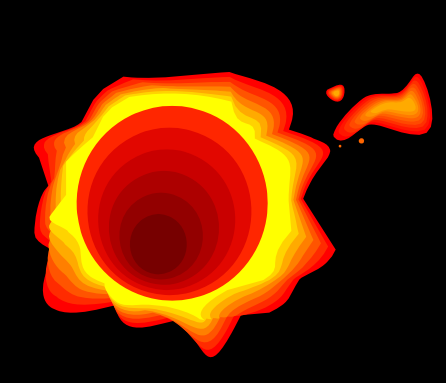




www.biophys.msu.ru

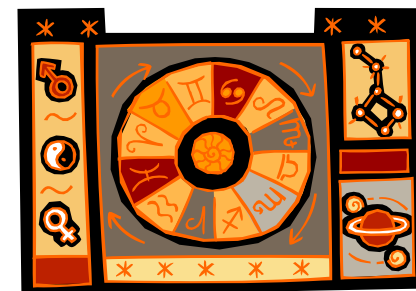
Модели нелинейного мира

Галина Юрьевна Ризниченко

Каф. биофизики Биологического ф-та Московского
государственного университета им.
М.В.Ломоносова, к.119

тел: +7(495)9390289; факс: (495)9391115;

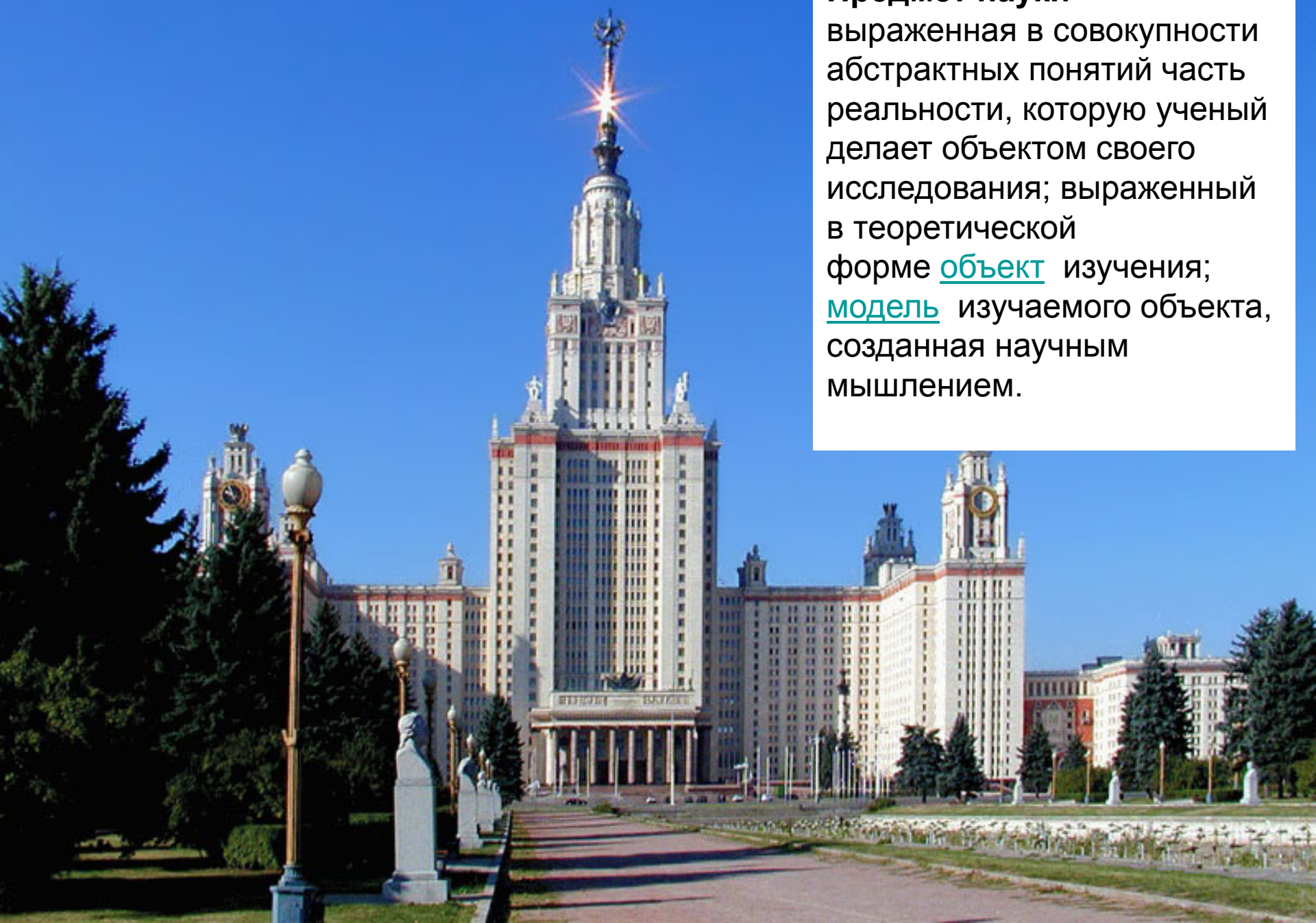
E-mail: riznich@biophys.msu.ru



<http://mathbio.professorjournal.ru/mnw>

Предмет науки -

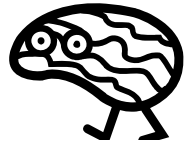
выраженная в совокупности абстрактных понятий часть реальности, которую ученый делает объектом своего исследования; выраженный в теоретической форме объект изучения; модель изучаемого объекта, созданная научным мышлением.





*

Цель моделирования - понимание



- Человеческий мозг (как и компьютер) работает с моделями
- Понять — значит построить «в голове» модель природного явления,
- живой системы,
- человеческих отношений и проч.
- «Понять — значит, простить»





Компьютер
работает не с
реальной
системой, а с
моделью



Практически
й смысл
модели

*Что такое модель?

- *модель – это «копия» объекта,*
- *в некотором смысле «более удобная»*
- Важно определить:
объект, цель и метод
(средства) моделирования

Пример модели - портрет



Манипуляции в пространстве и во времени

Как понять выражение

«Художник и его
модель?»

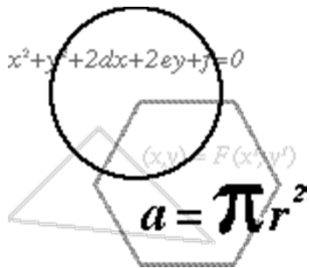


*** Примеры моделей**



*** Математические модели**
описывают целый класс
процессов или явлений,
которые обладают
сходными свойствами,
или являются
изоморфными.

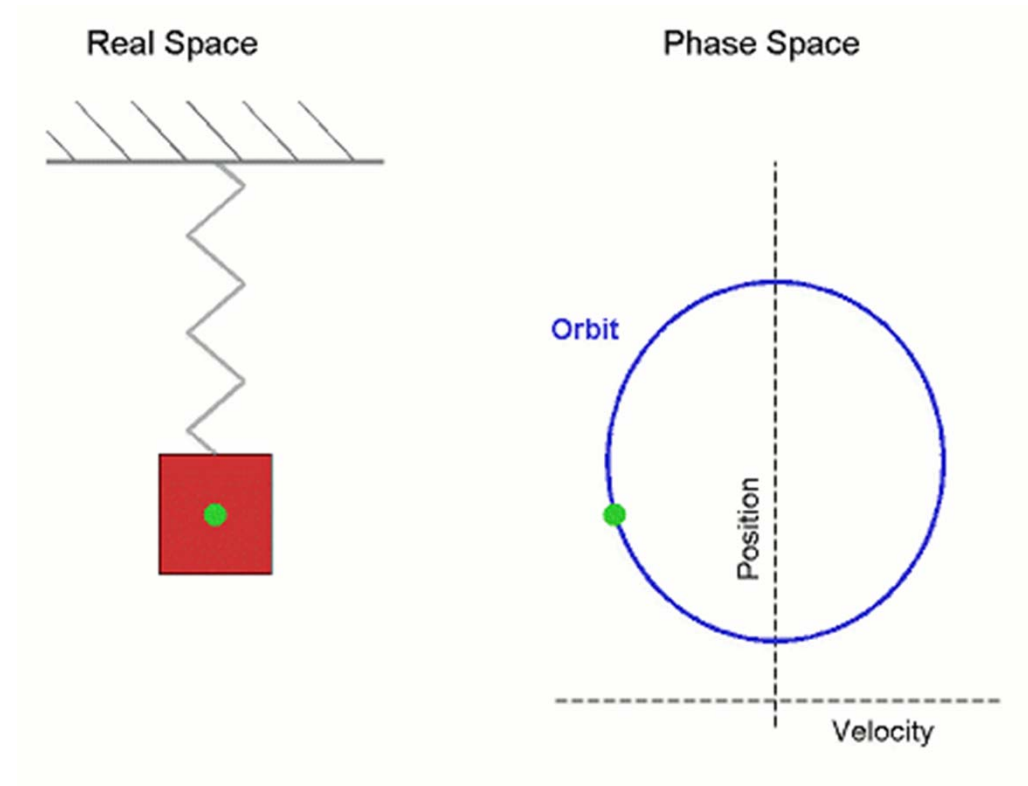
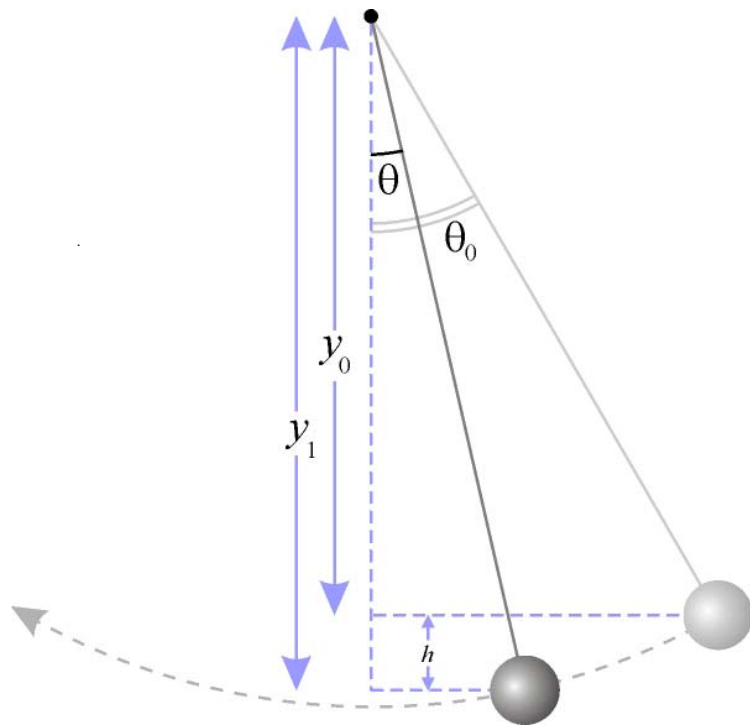
*«Область знания становится наукой, когда
она выражает свои законы в виде
математических соотношений»*



Галилей Пуанкаре Маркс

Каждая наука имеет свои базовые модели

Гармонический осциллятор



$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Самолет в аэродинамической трубе
изучение прочности конструкции, влияния внешних условий и др.



Популяция дрозофиллы

* Модели генетики :



Каждая наука имеет свои модели

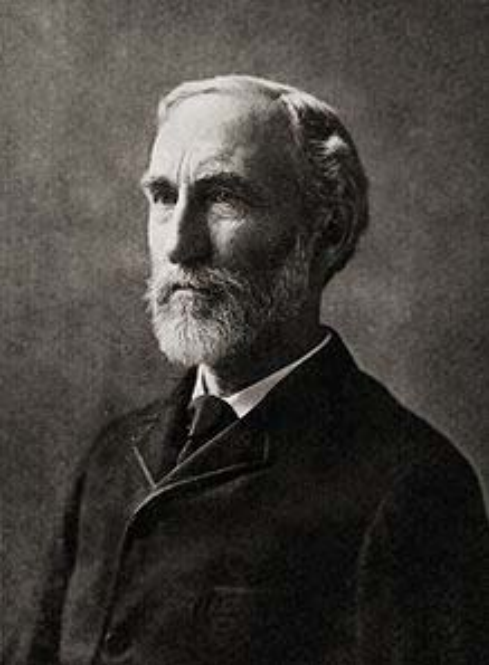
* Аквариум- модель водной системы
изучение взаимодействия компонентов биоценоза, параметров
качества воды



- Математика – это искусство называть разные вещи одним и тем же именем
- Без языка математики большая часть глубоких взаимосвязей между вещами навсегда осталась бы неизвестной



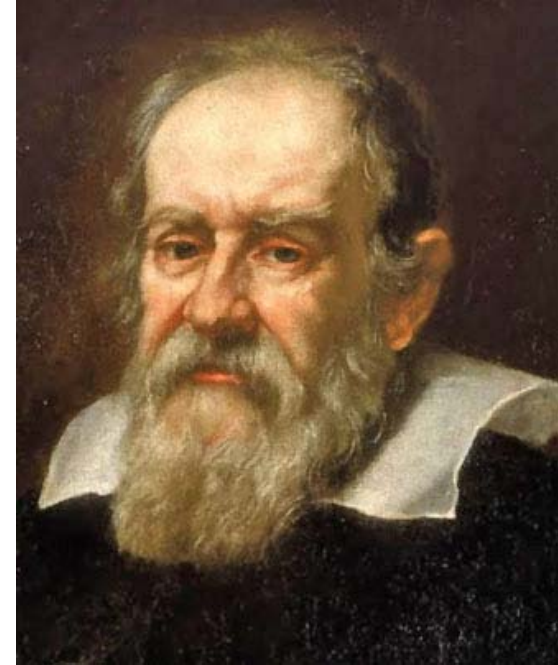
* **Анри Пуанкаре**
(1854-1912)



* Математика — ЯЗЫК

Д. У. Гиббс Josiah Willard **Gibbs**;
1839—1903) — американский физик,
физикохимик, математик и механик, один из
создателей векторного анализа,
статистической физики, математической
теории термодинамики,

- словарь и звуковые и графические способы кодирования слов - числа, векторы, матрицы, функции
- Грамматики — действия с ними: сложение, вычитание, умножение, деление, дифференцирование, интегрирование
- Грамматики математического языка — не только правила сочетания элементов (слов), но и правила преобразования одних слов в другие
- Аналог словесных описаний — математические модели

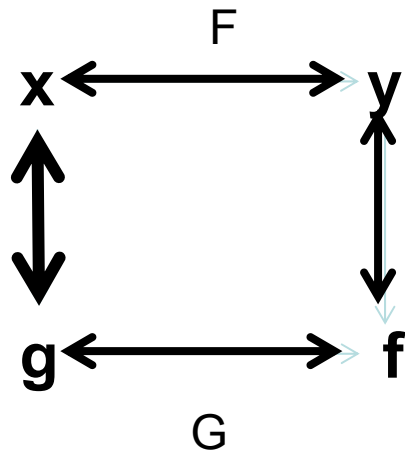


Галилео Галилей
(1564 - 1642)

«... Великая книга
природы написана
математическими
символами»

* ИЗОМОРФИЗМ

Изоморфизм (от др.-греч. ἴσος — «равный, одинаковый, подобный» и морф — «форма»)



**Совокупность элементов (слов)
и действий (грамматика) –
операционная система**

**Две операционные системы изоморфны.
Если установлено взаимно однозначное
соответствие, между их элементами и
действиями**



*** В разных
операционны
х системах
действия
выполняются
по-разному.**

Пример: в арабской системе записи
числа перемножить легко, а в римской
– очень трудно

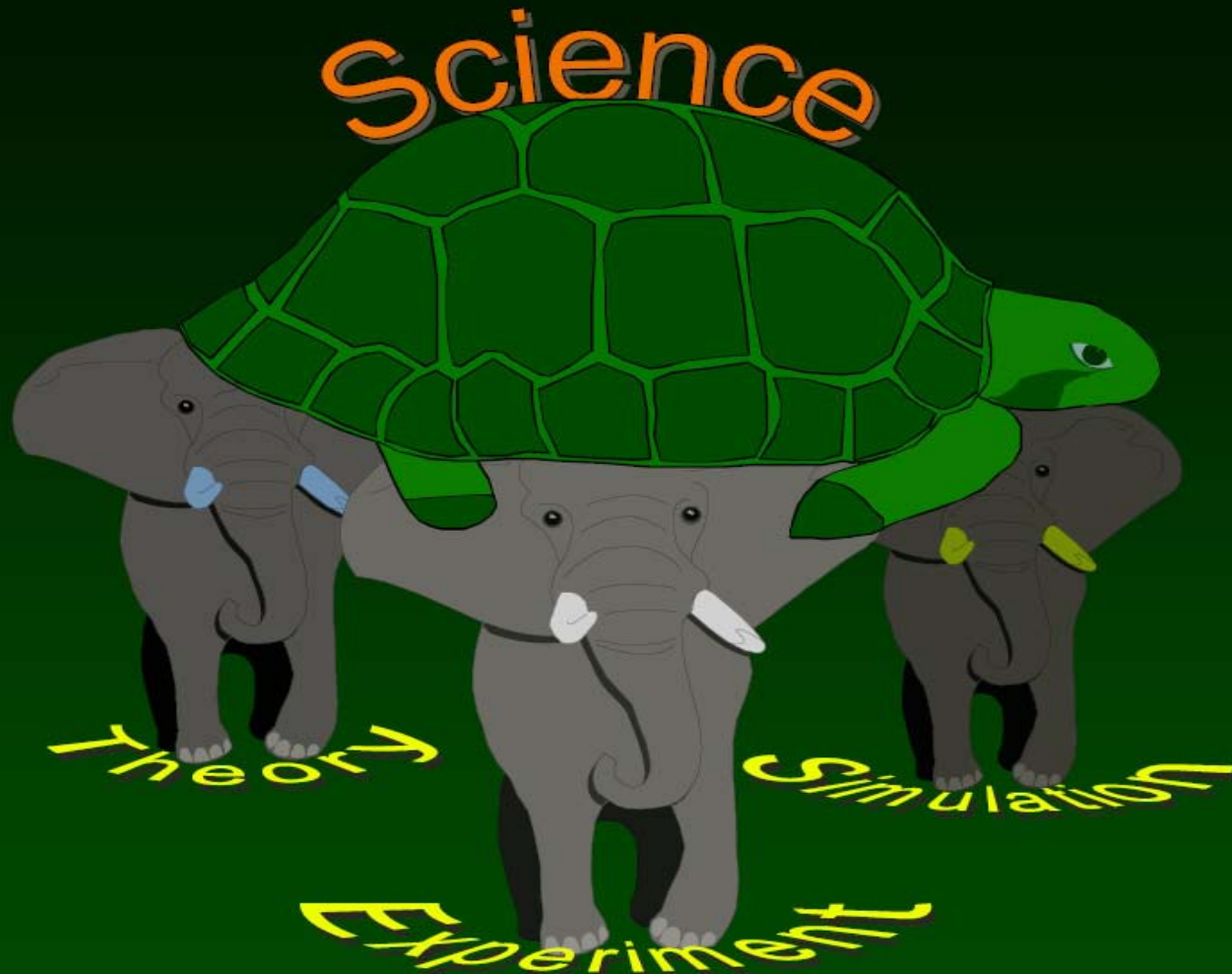


* Операционная система компьютера

все действия выполняются
легко и быстро
(правда, приблизительно)



* Три кита современной





Операционная система мозга

Законы природы



- Природа – тоже операционная система. Её удастся представить с той или иной полнотой в виде разнообразных элементов и связей между ними и текущим временем.
- Это представление и называется **«законами природы»**.
- Когда удастся построить изоморфную объекту природы математическую модель, мы постигаем и природный объект

* **Владимир
Иванович
Вернадский**

(1863-1945)

«Большая часть научной работы заключается в поиске математических соотношений.

Найдя их, наш ум успокаивается, и нам кажется, что вопрос, который нас мучил, решен.»



Есть научные термины, которые приобретают очень широкое значение

- ВЕРОЯТНОСТЬ
- НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ
- ПРИЧИННОСТЬ
- ПРОСТРАНСТВО , ВРЕМЯ
- Экология
- НЕЛИНЕЙНОСТЬ
-
- в широком смысле – это синоним

неоднозначности, сложности, многовариантности

В последней трети 20 века начал развиваться комплекс наук

- Системный анализ
- Синергетика
- Теория динамических систем
- Нелинейная динамика
- Теория катастроф
- Теория хаоса
- Science of complexity
- Nonlinear science

цель которых – понять суть нелинейных процессов
в сложных динамических системах

Линейность и нелинейность

- Линейная зависимость

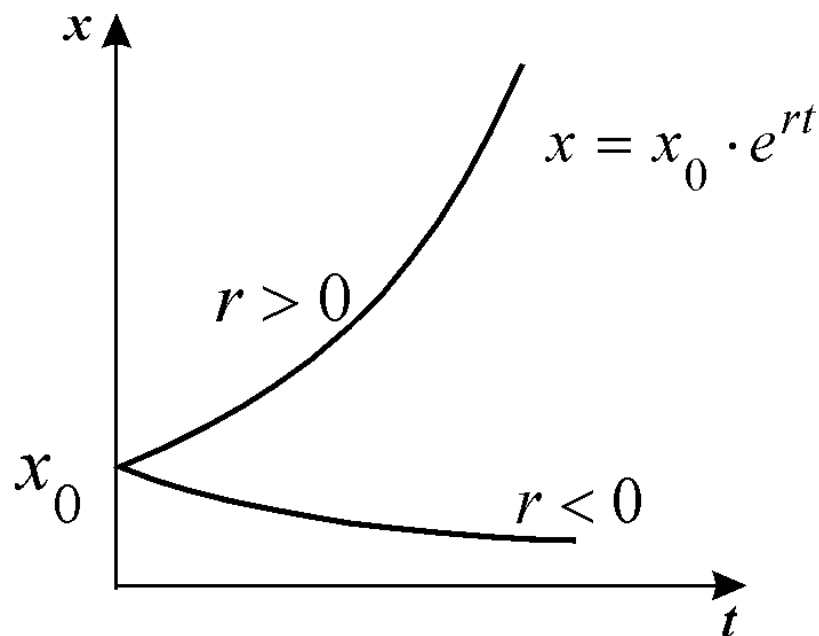
- $Y = a \cdot x$

- СЛЕДСТВИЕ
пропорционально ПРИЧИНЕ

Линейность и нелинейность

- **Линейное дифференциальное уравнение.**
Скорость изменения величины пропорциональна самой величине

$$\frac{dx}{dt} = rx .$$



СВОЙСТВА СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

- Единственное стационарное состояние
- Существуют методы исследования устойчивости стационарных состояний
- и решений
- Идентифицируемость параметров по экспериментальным данным

ЛИНЕЙНАЯ НАУКА

- Линейная наука оперирует с **устойчивыми** процессами, изучает **воспроизводимые** в эксперименте явления
- Математические свойства линейных систем соответствуют **однозначному детерминизму**

**Пространство – неограниченное
вместилище**

**Время течет независимо
непрерывно и равномерно**

ЛИНЕЙНОЕ СОЗНАНИЕ ДЕТЕРМИНИЗМ

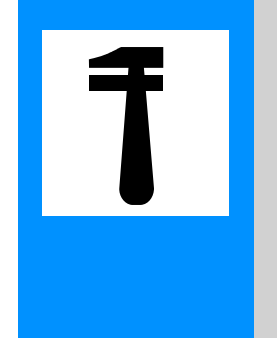
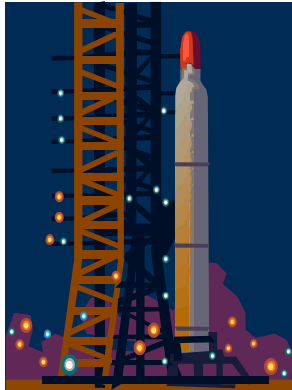


Следствие **однозначно** определяется
причиной

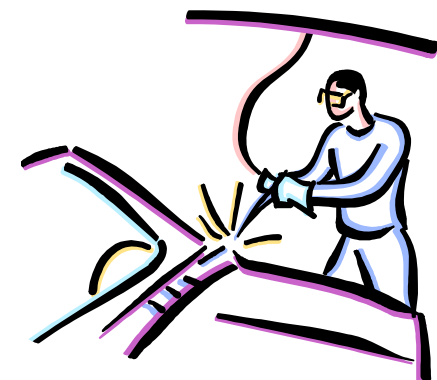
Существует **единственно правильное**
решение

Эволюция систем во времени—
постоянный рост (прогресс)

ЛИНЕЙНАЯ НАУКА ДЕТЕРМИНИЗМ



- На основе линейной науки работают
- МЕХАНИКА
- СТРОИТЕЛЬСТВО
- БАЛЛИСТИКА
- ЭЛЕКТРОТЕХНИКА
- КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА



- НО
- НЕ ВСЕ СИСТЕМЫ
ЛИНЕЙНЫ
- НЕ ВСЕ ПРОЦЕССЫ
УСТОЙЧИВЫ
- НЕ ВСЕ ЯВЛЕНИЯ
ВОСПРОИЗВОДИМЫ

χαος

Weather

Э.Лоренц



Chemical Kinetics

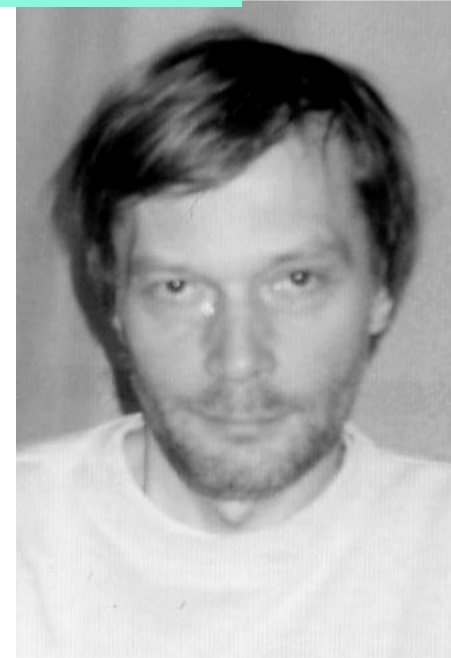


BZ-reaction

Белоусов и
Жаботинский

CHAOS

Heart rhythm



Александр
Юрьевич
Лоскутов

1959-2011

Докомпьютерная эра – линейный мир.

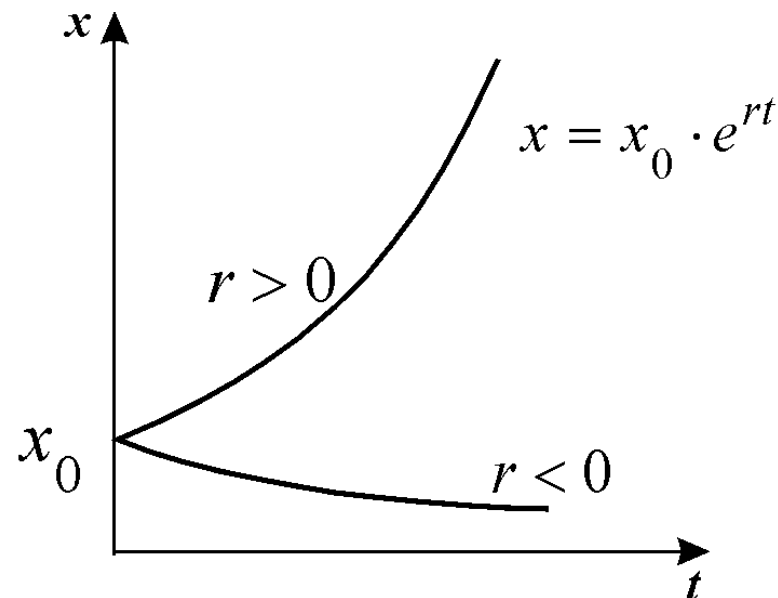
Линейный мир

- **Линейное дифференциальное уравнение.**

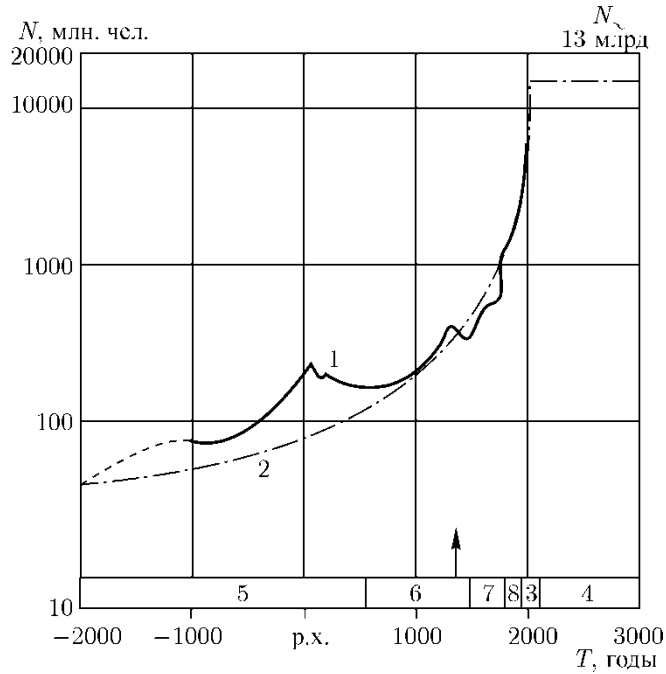
Уравнение роста популяции

Мальтуса (1798)

$$\frac{dx}{dt} = rx .$$



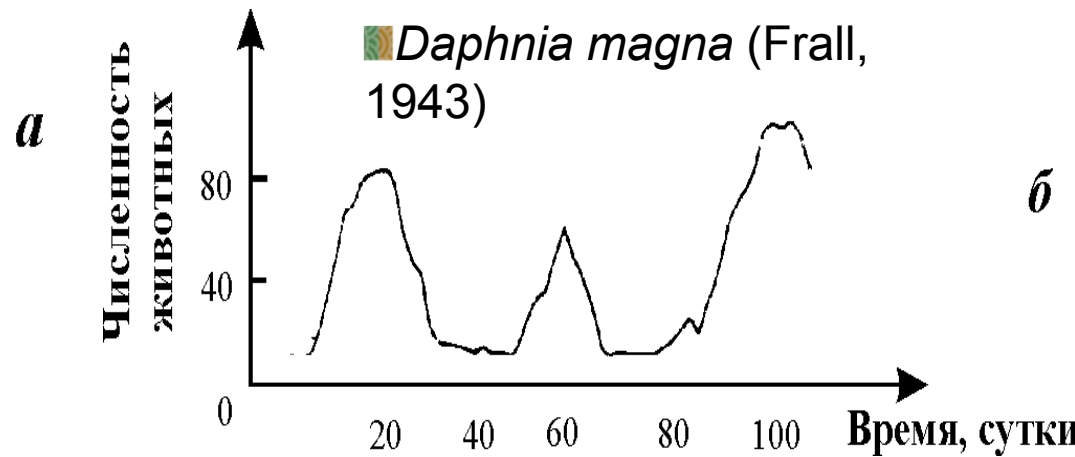
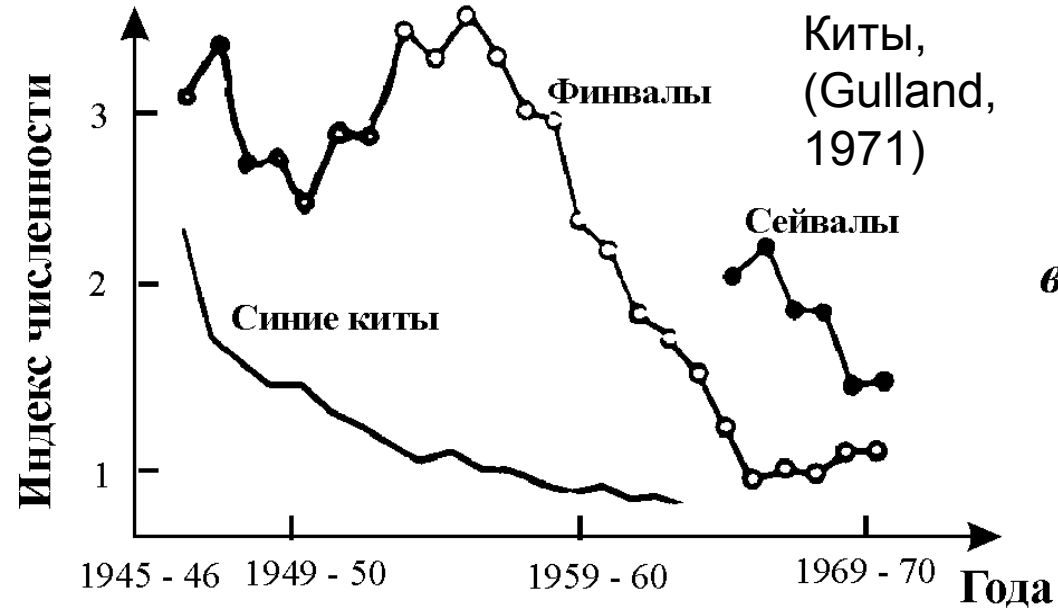
Рост человечества. Капица. 2004



Поголовье овец, тыс.



Нелинейный мир



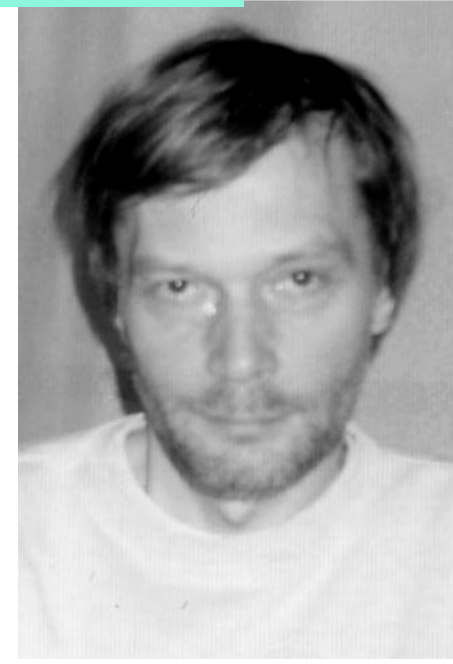
~~χαος~~ — ~~CHAOS~~

Weather

Э.Лоренц

Chemical
Kinetics

Heart
rhythm



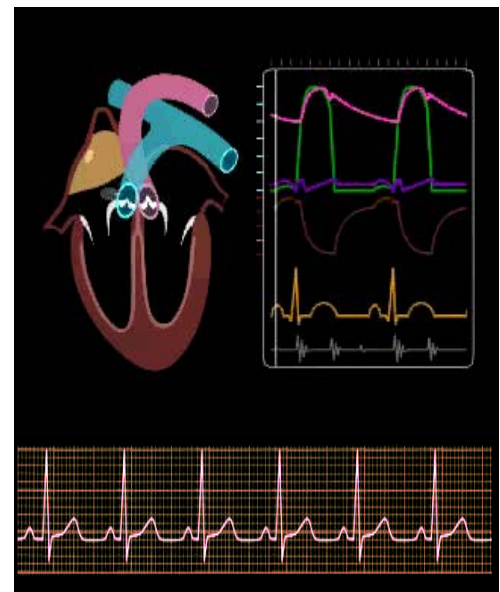
Александр
Юрьевич
Лоскутов

1959-2011



BZ-reaction

Белоусов и
Жаботинский





Вспышка
на
Солнце .

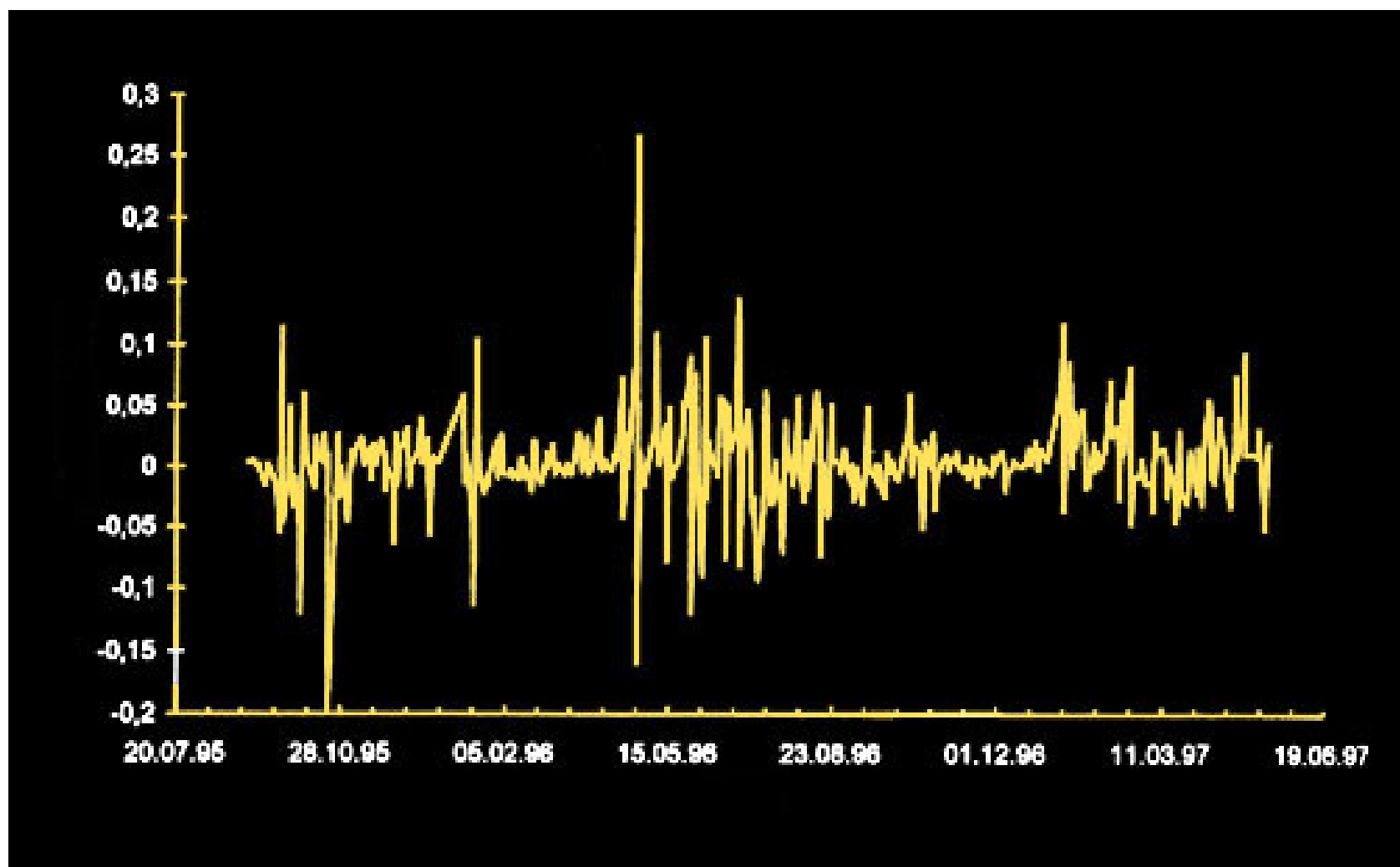
Oktober
30th 2003.

● — Approx. size of Earth

Северное сияние



Динамика биржевых индексов



НЕЛИНЕЙНЫЙ МИР

- Все живые системы (от живых клеток до человечества) и развивающиеся неживые системы (атмосферные вихри, эволюционирующие галактики, движущиеся горные массы, землетрясения и др.)
- далеки от стационарного состояния
- Пространство ограничено.
- Время - индивидуально

Основные свойства нелинейных систем

- Мультистационарность
- Колебания
- Хаос
- Пространственно-временные структуры



ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС

- Неустойчивые процессы, в которых малые отклонения ведут к экспоненциально большому разбеганию траекторий
- Такие процессы в принципе имеют очень малый горизонт предсказуемости

Погода, землетрясения и проч.

Вспышки численности насекомых

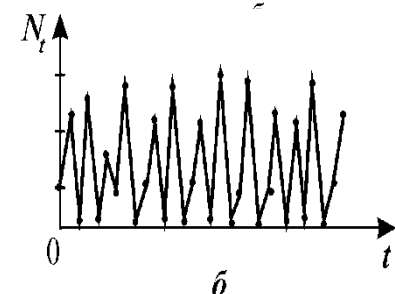
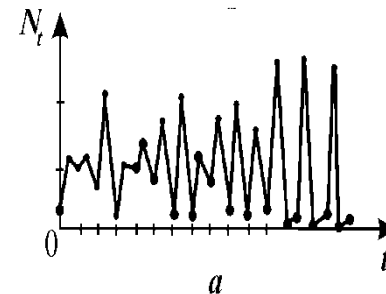
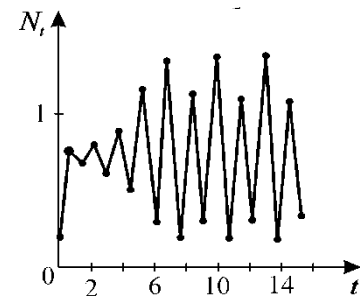
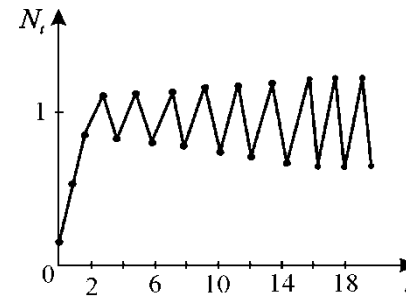
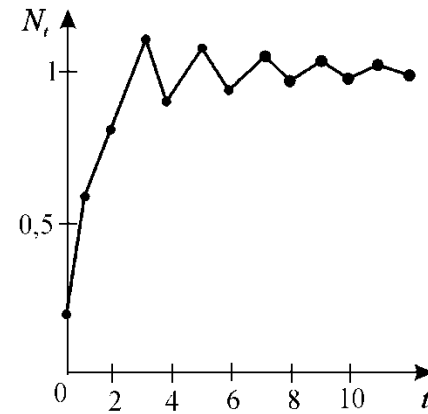
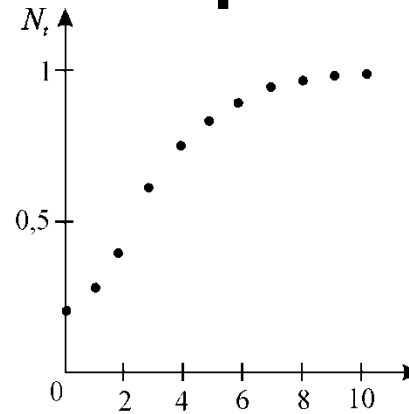
Развитие психических заболеваний

Социальные взрывы: революции, войны

$$x_{T+1} = r x_T (1 - x_T)$$

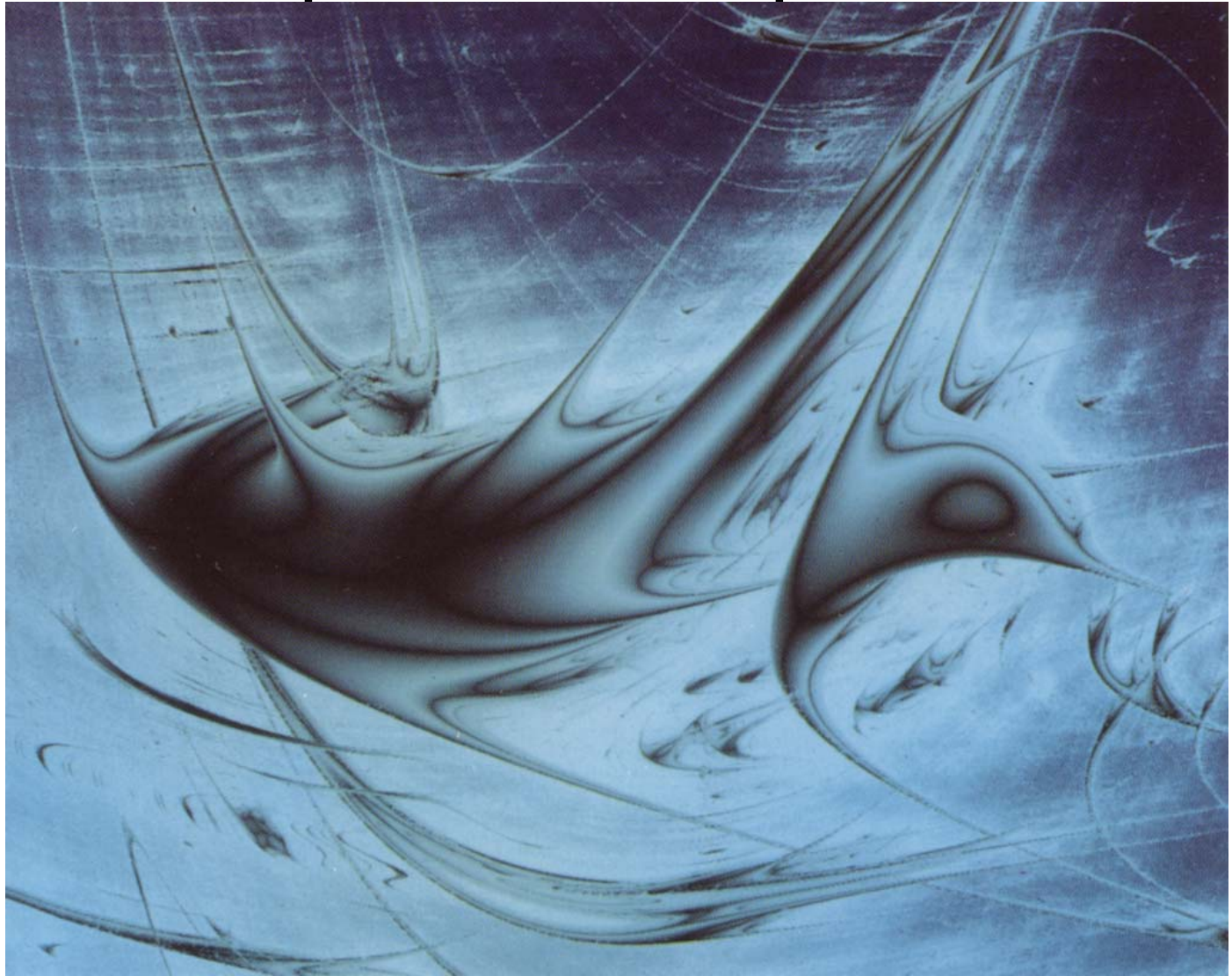
Отображение Ферхюльста

- Пример простой системы, которая демонстрирует разные типы динамического поведения
- Монотонный рост
- Колебания
- Детерминированный хаос
- **Время дискретно**



Модель динамики численности насекомых (при большом r — вспышки)

Вид одного из параметров
(показателя Ляпунова) для
отображения Ферхюльста



Множество
Мандельброта

Получается из
отображения
Ферхюльста

при
комплексном
значении
параметра r



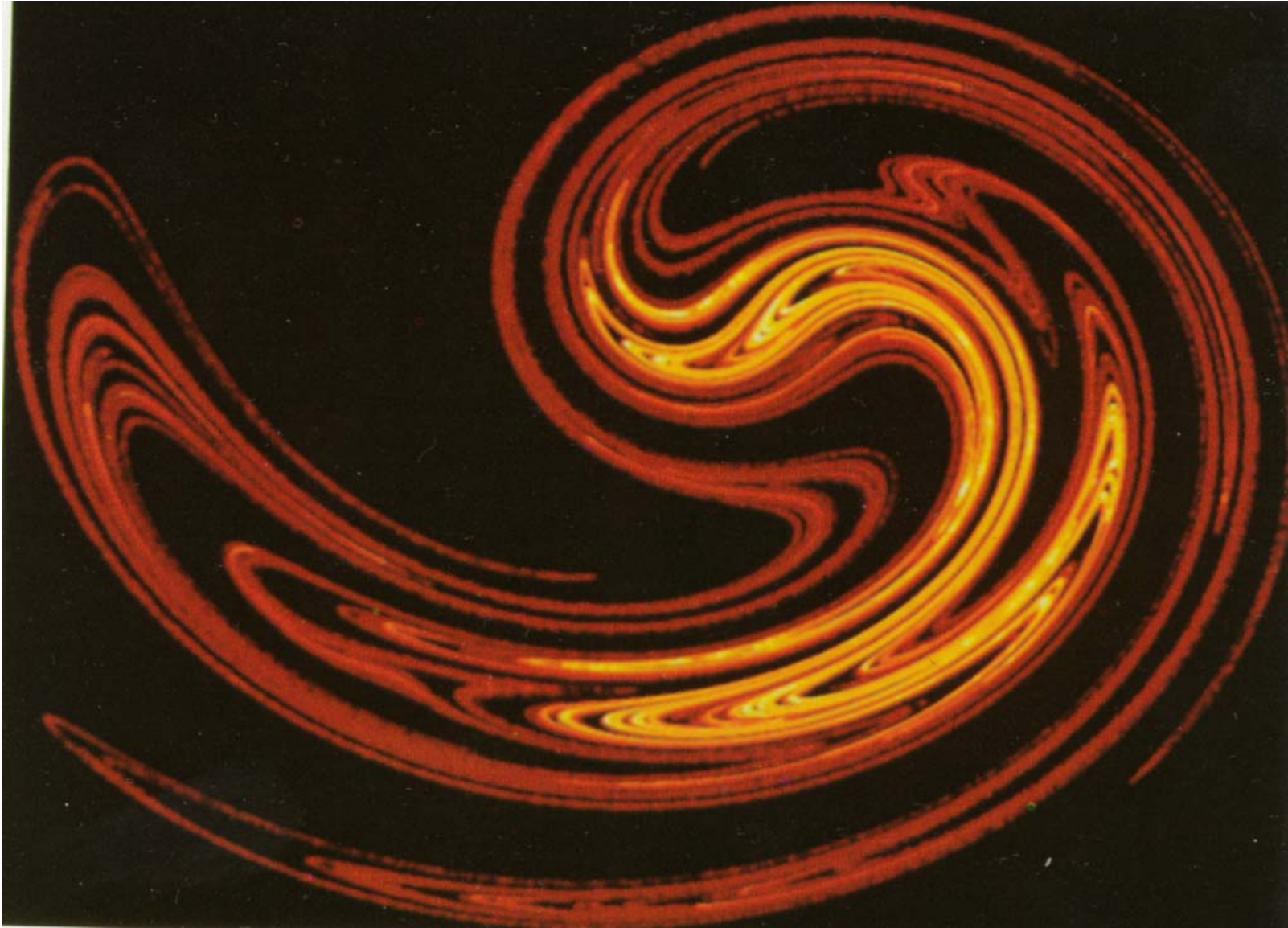
Красота
Фракталов

Пейнген
Рихтер

Образы
сложных
динамических
систем



Странный или хаотический аттрактор



ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ В НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ

- В первоначально гомогенной системе в результате малых флуктуаций могут возникать **регулярные пространственные структуры**
- Морфогенез
- Раскраска шкур животных
- Пятна планктона в океане,
- Возникновение и рост городов
- Скопления галактик

Перевод 1 тома Д.Мюррей



Джеймс Д. Мюррей — профессор университетов Вашингтона и Оксфорда, член Королевского научного общества Великобритании и иностранный член Французской Академии наук, имеет почетные звания многих университетов мира. Автор более 200 научных статей и нескольких книг, основатель и директор Центра математической биологии университета в Оксфорде.

Джеймс Мюррей
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ



БИОФИЗИКА
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ

Джеймс Мюррей
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
БИОЛОГИЯ**



ТОМ 1: ВВЕДЕНИЕ



леопарды

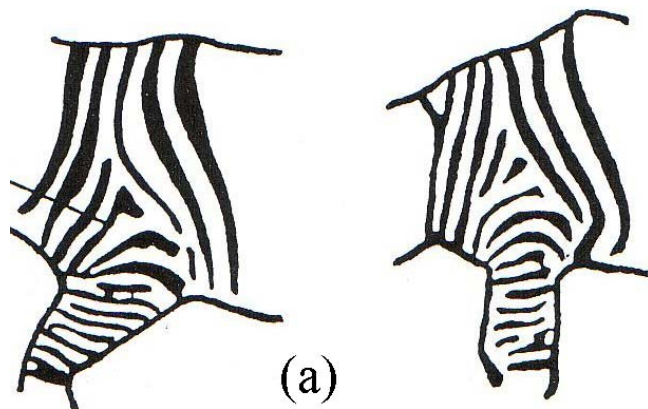
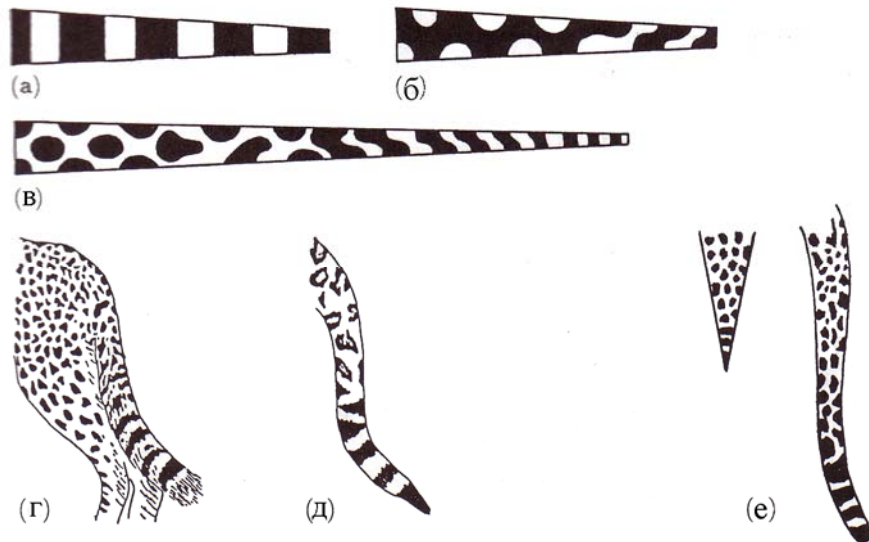


зебры



Модели раскраски шкур ЖИВОТНЫХ

*Мюррей.
Математи-
ческие
модели в
биологии.
2010*



Как возникают в природе прекрасные и гармоничные формы ?

- Нелинейная наука показывает, что взаимодействие нелинейных реакций и процессов диффузии может приводить к рождению негомогенных структур и разных типов автоволн в первоначально гомогенной среде в результате малых флуктуаций
- (таких форм, как листья и морские звезды)





Нелинейный подход

Включает в сферу интересов науки процессы, которые не воспроизводимы

- Погода
- Землетрясения
- Социальные процессы
- История
- Психология

Нелинейная архитектура
Музей Гугенхайма (Бильбао, Испания)
Архитектор Франк Гери



Нелинейная
архитектура
Музей
Гугенхайма

Бильбао
Испания

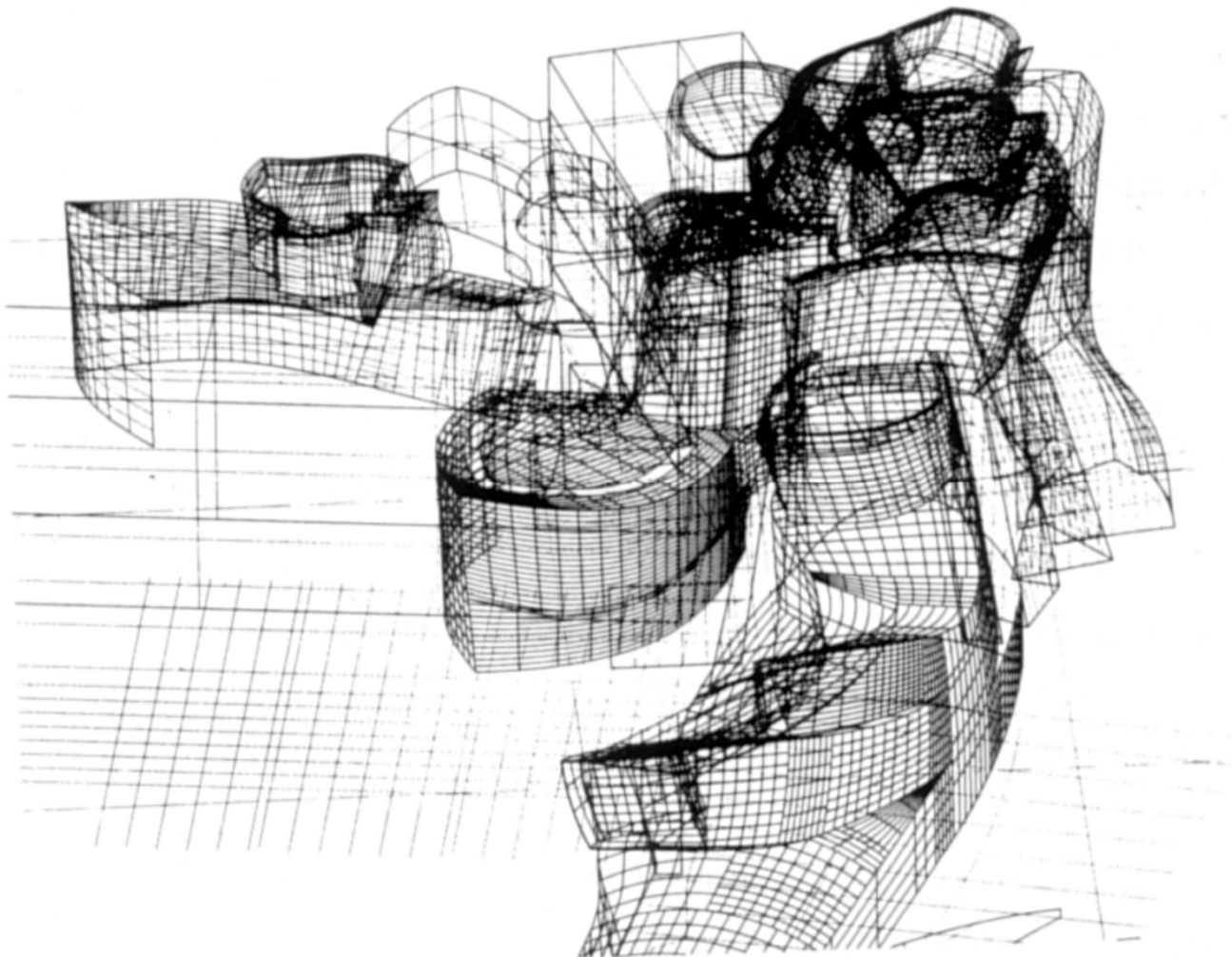
Архитектор
Франк Гери



Нелинейная архитектура

Музей Гугенхайма (Бильбао, Испания)

Архитектор Франк Гери



Чертеж
здания



Бюст Вергилия у входа в его склеп в Неаполе

Имя при рождении:

Публий Вергилий Марон

Дата рождения:

15 октября 70 до н. э.

Место рождения: Мантуи

Дата смерти:

21 сентября 19 до н.э.

Род деятельности:

древнеримский поэт

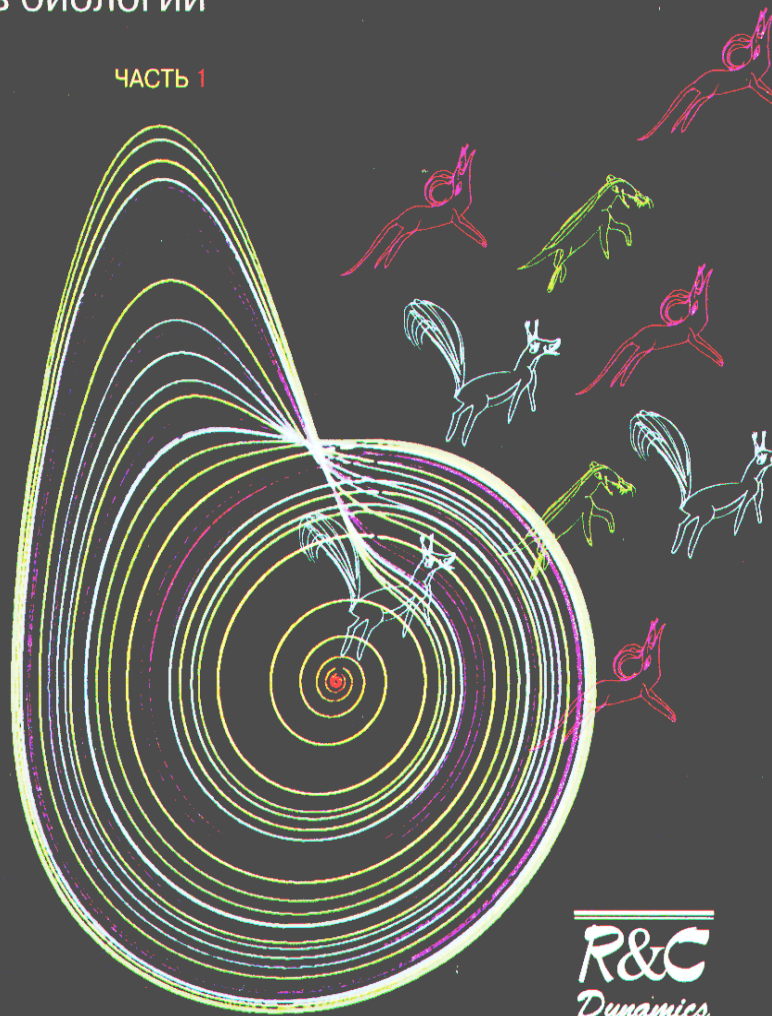
* «Все может надоест, кроме
понимания» Вергилий

Г.Ю. Ризниченко

ЛЕКЦИИ

по математическим моделям
в биологии

ЧАСТЬ 1



R&C
Dynamics



БИОФИЗИКА
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ

Г.Ю. Ризниченко

ЛЕКЦИИ

по математическим моделям в биологии



R&C
Dynamics